Geometría en una retícula

Alumnos de ESTALMAT-Andalucía
Pascual Jara

X Concurso Ciencia en Acción. Granada-2009

ADELANTE

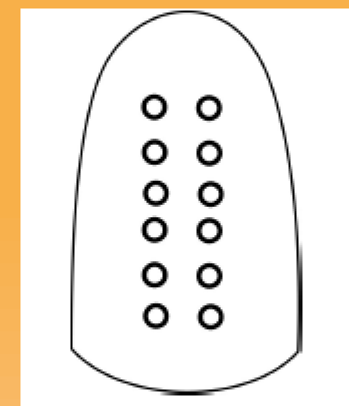
Contenido

- Recubrimientos del plano con figuras reticulares
- Actividades en una retícula
- El teorema de Pick
- El *Stomachion* de Arquímedes
- Zapatero a tus zapatos
- Circunferencias en una retícula

ADELANTE

Vamos a ver uno de estos temas com oejemplo de las técnicas empleadas

Un problema de optimización



¿Cómo poner los cordones a los zapatos para que la longitud del mismo sea mínima?

He aquí varios ejemplos.
¿Cuál de ellos es el que utiliza menos cordón?

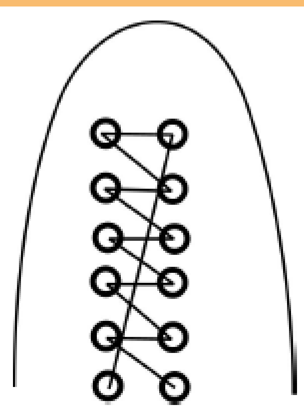


Figura 12. Modo clásico

ADELANTE

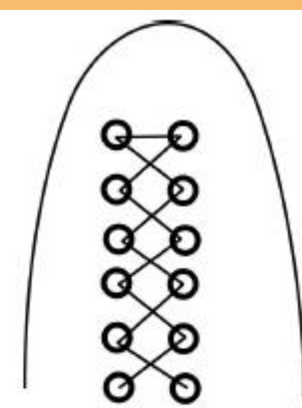


Figura 13. Modo deportivo

Buscamos un modelo para estudiar este problema a través de una retíicula.
La técnica consiste en desarrollar el encordonado del zapato.
He aquí los resultados:

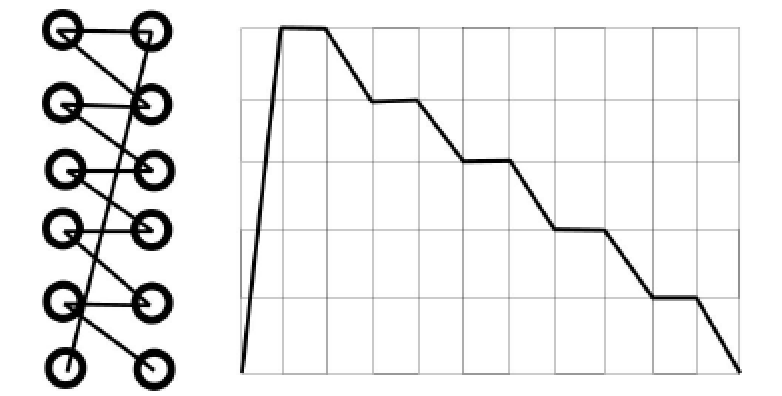


Figura 19. Modo clásico. IV

¿Podéis decirnos ahora qué modo utiliza menos cordón?

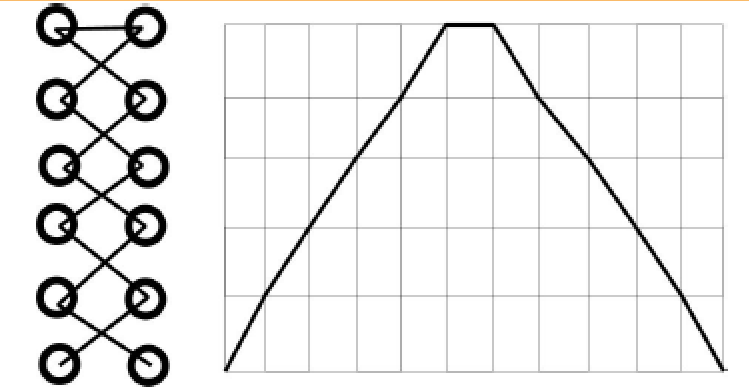


Figura 20. Modo deportivo. IV

ADELANTE

Comentarios:

Observa que ahora con el uso de este modelo ***no tenemos que hacer los cálculos*** necesarios para medir la longitud exacta del cordón; en ese modelo nos basta medir el perímetro del polígono reticulado.

Nos ponemos a trabajar en este sentido; las siguiente preguntas surgen de forma natural:
¿Existe alguna relación entre el perímetro de un polígono y su área?
¿Algo parecido a la Fórmula de Herón que todo el mundo conoce?

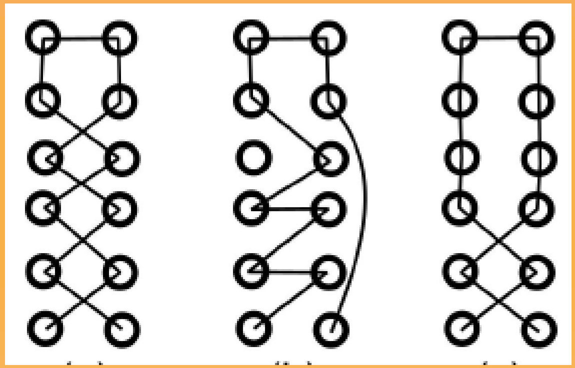
Parece que la respuesta a esta última pregunta es NO.
Sin embargo, es curioso que podemos utilizar el área para conseguir un perímetro mínimo.

Antes de abordar el problema conviene que establezcamos qué es un encordonado correcto.

ADELANTE

¿Qué es importante en esta actividad antes de abordar el problema de optimización?

Es necesario definir **claramente** cuando un cordón está correctamente colocado.



De esta figura podríamos deducir que solo el encordonado primero es correcto; **¿cómo definirías cuando un acordonado es correcto?**

Parece que las condiciones mínimas necesarias son:

1. por cada agujero debe pasar el cordón, y
2. cada agujero de un lado deber estar conectado con uno del otro.

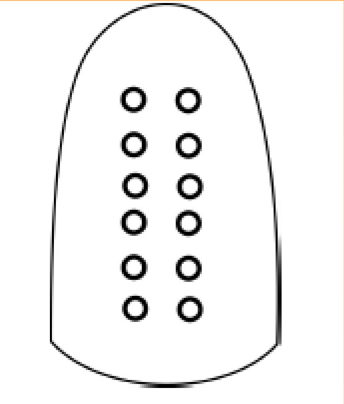
ADELANTE

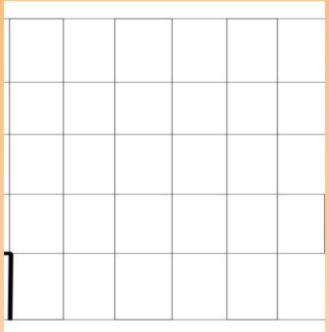
¿Podremos ahora responder a las siguientes preguntas?:

¿Hay un encordonado mínimo?
¿Cuál es este mínimo?
¿Cómo podemos probarlo?

La respuesta a la primera pregunta es SI, ya que manejamos cantidades discretas.

Para la respuesta a las dos siguientes basta observar que al tener seis agujeros, nuestra retícula tendrá cinco filas





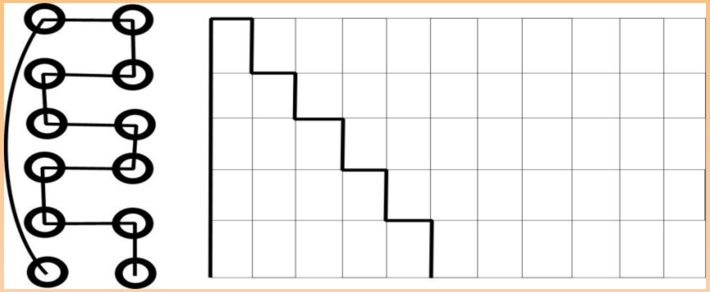
ADELANTE

Tenemos que llegar de la línea inferior a la superior y volver a la inferior siguiendo las normas de una buen encordonado, que se traducen a las siguientes reglas:

1. El polígono tiene la base en la línea inferior (se usan los dos agujeros extremos);

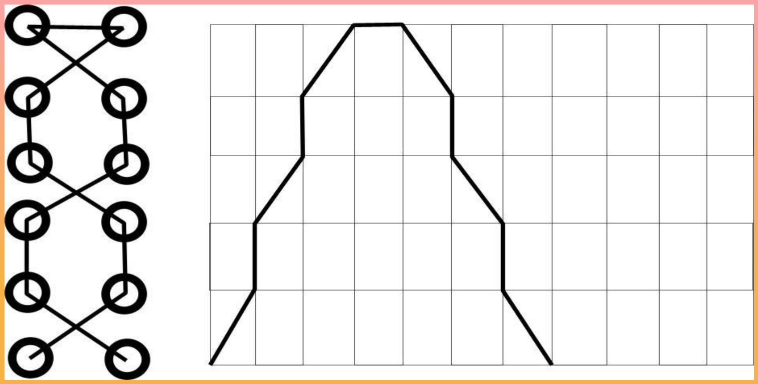
2. En cada línea horizontal hay al menos un vértice con un segmento que lo une a un vértice de la siguiente columna (el cordón pasa por todos los agujeros y cada agujero de un lado está unido a un agujero del otro).

Como consecuencia tendremos como mínimo cinco columnas.
Una posible solución es:

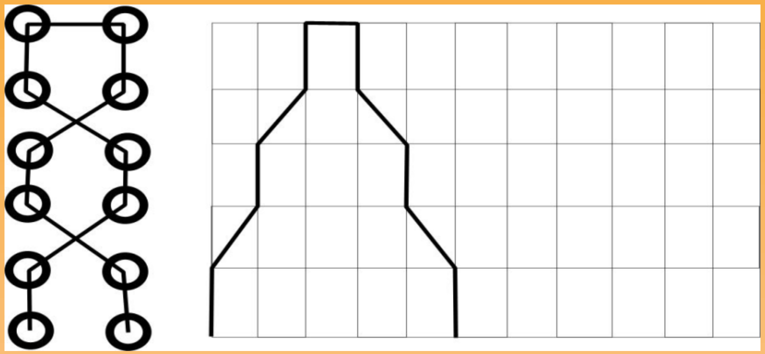


ADELANTE

Es fácil ver que se puede mejorar esta solución sin más que realizar algunos cruces que harán que aparezcan segmentos oblicuos.
Por ejemplo:



Pero ésa no es la solución óptima.
Si alternamos los cruces resulta:



¿Cuál es la razón? Hemos cambiado algunos valores de raíz de 2 por 1, lo que hace que la suma sea menor.

Finalmente destacar que ésta es la solución óptima para este caso.

ADELANTE

MUCHOS OTROS PROBLEMAS SE PUEDEN PLANTEAR EN UNA RETÍCULA; POR AHORA CONSIDERAMOS QUE ES SUFICIENTE.

LA VENTAJA QUE PRESENTA LA APROXIMACIÓN LÚDICA QUE HEMOS DESARROLLADO ES QUE DE FORMA NATURAL SURGEN LOS CONCEPTOS Y RESULTADOS CLÁSICOS DE LA MATEMÁTICA, COMO POR EJEMPLO EL NÚMERO pi O EL TEOREMA DE PITÁGORAS.

TAMBIÉN PERMITE MODELIZAR PROBLEMAS DE LA VIDA REAL, DESARROLLAR Y ESTUDIAR ESTRATEGIAS DE JUEGO Y FORZAR LA CREATIVIDAD DEL POSIBLE USUARIO.

¡MUCHAS GRACIA POR SU AMABLE ATENCIÓN!